

Programa Ano Sabático no IEA – 2016

Projeto

Nome do Pesquisador: Flávio Ulhoa Coelho (IME-USP).

Título do Projeto: “História do Pensamento Algébrico e seus Desdobramentos Didáticos”.

Período: março de 2016 a fevereiro de 2017.

Resumo: Estudo do desenvolvimento histórico do pensamento algébrico, sua relação com o desenvolvimento social e científico da sociedade e como isso se reflete no ensino de matemática nos ensinos fundamental e médio.

Objetivos: Ao se estudar a história do pensamento matemático, existem muitas possíveis leituras dos pontos de ruptura e como esses afetaram o desenvolvimento da matemática. Isso aparece de forma muito significativa quando se concentra no estudo da álgebra principalmente por conta de seu contexto abstrato atual. Se, por um lado, a geometria se desenvolveu, em seu estágio inicial, a partir de observações e problemas práticos e isso propiciou, mesmo sem uma perfeita percepção de conceitos abstratos que a permeavam, o seu desenvolvimento, a álgebra necessitou de um estágio a mais para se desenvolver até chegar ao da abstração atual. Não por acaso, um dos primeiros textos considerados como de ciência matemática é o conjunto de livros “Os elementos” de Euclides (século III a.C.) que trata essencialmente de questões geométricas.

Existem inúmeras leituras possíveis quanto ao desenvolvimento do pensamento algébrico e, dessas, mencionamos as seguintes:

- Uma diferenciação entre dois momentos que chamaremos aqui de “*aritmética*” e “*álgebra abstrata*”. No primeiro momento, destacava-se o estudo de equações algébricas, enquanto que o segundo momento, depois de um árduo desenvolvimento das notações (só consolidadas nos séculos XVII e XVIII) e da percepção filosófica dos fundamentos da matemática, só se estabelece como o que entendemos atualmente como álgebra nos finais do século XIX. Muitos textos se atêm a essa leitura da história do pensamento algébrico sem levar em conta todo um

contexto mais geral do desenvolvimento das ciências, em particular, do da matemática (ver, por exemplo, [4,9]).

- Uma segunda leitura diz respeito ao desenvolvimento, em paralelo, da álgebra em diversas culturas (ver, por exemplo, [16]). Em um mundo ainda longe de ser globalizado como era o dos princípios da era Cristã, isso propiciou características únicas nessas civilizações e que não estão ainda suficientemente entendidas. Busca-se muitas vezes, e por vezes apenas como notas de rodapé, visualizar influências entre as álgebras desenvolvidas por “egípcios”, “gregos”, “gregos diofantinos”, “indianos” ou “chineses”, apenas para mencionar algumas. Uma crítica mais profunda pode, e deve, ser feita na busca de “não-influências” levando-se em conta o que não foi aproveitado no intercâmbio que, por vezes, aconteceu entre essas civilizações. Essa análise visando entender o porquê certas características de uma civilização não ter sido aproveitada por outra pode ser tão profícua quanto a das contribuições efetivamente feitas.
- Como mencionado acima, parte do desenvolvimento algébrico se dá a partir do correspondente desenvolvimento da notação matemática e, dessa forma, uma “divisão” comum em muitos textos é o de considerar certos estágios que a caracterizariam: (i) “linguagem retórica”, onde quase nenhuma simbologia era utilizada e os problemas e suas resoluções eram expressos em linguagem corrente; (ii) “linguagem sincopada”, que incorpora as notações introduzidas por Diofante (segundo século da era Cristã) e que é um estágio intermediário entre a retórica e a simbólica que viria a se estabelecer em definitivo. Muito do que Diofante fez seria esquecido por séculos, só retornando quando da tradução dos textos gregos na renascença; (iii) “linguagem simbólica”, que se sobrepõe à ineficiente linguagem sincopada com o advento de símbolos para expressar mais precisamente os problemas algébricos (ver, por exemplo, [2]). Seguramente, essa é uma leitura possível, mas ainda é necessário se justificar de forma mais filosófica o porquê dessa distinção ser considerada no desenvolvimento da álgebra mas a mesma não ter afetado de forma tão profunda o desenvolvimento de outras áreas da matemática. Cabe mencionar, como exemplo, a geometria que, mesmo com uma linguagem próxima à retórica conseguiu avanços consideráveis muitos séculos antes do desenvolvimento algébrico. Acreditamos que, independentemente da leitura feita, esse é um ponto a ser ainda melhor esclarecido.
- Uma outra leitura foi proposta por Piaget e Garcia em 1987 [14] e distingue três grandes períodos nesse desenvolvimento: “intraoperacional”, “interoperacional” e o “transoperacional”, a depender de como os métodos de abordagem se deram ao longo dos séculos. É um caminho interessante a se seguir, mas acreditamos que deve-se

contextualizá-lo dentro das outras possíveis leituras acima mencionadas. Ainda há muito a se explorar nessa linha de pensamento.

Referimo-nos, também aos livros [3,6,8,17] da bibliografia abaixo, seguramente incompleta mas que serve apenas como referência das leituras acima mencionadas.

A partir de uma análise aprofundada dessas questões, iremos trabalhar em duas vertentes durante o projeto ora proposto. Por um lado, temos como objetivo produzir um livro sobre a “História do Pensamento Algébrico” que busque explorar, conjuntamente, todas as questões mencionadas nas leituras acima. Mais do que um livro sobre o desenvolvimento técnico da álgebra, aspecto que não pode ser descartado de forma alguma, gostaríamos de produzir um texto em que as questões filosóficas acima mencionadas sejam discutidas, sem negligenciar nenhuma de suas possíveis leituras. O contexto histórico de grandes mudanças sócio-econômicas dos séculos XVIII e XIX deve servir também como ponto importante na discussão acima visto que o entendimento de álgebra abstrata que temos hoje se consolidou nesse período.

Por outro lado, ao entender historicamente a importante passagem do concreto ao abstrato, vamos buscar meios e estratégias educacionais para a melhoria do ensino de matemática, especificamente no ensino da álgebra. Nessa segunda vertente, o trabalho será desenvolvido juntamente com a professora da UFABC Marcia Aguiar que recentemente defendeu sua tese de doutorado em ensino de álgebra (ver [1]). Nessa direção, cabe mencionar os importantes estudos realizados também pelo Prof. Nilson Machado da FE-USP em epistemologia e linguagem matemática (ver, por exemplo, [12,13]). Citamos também [5,7].

Justificativa (escopo acadêmico e científico): A historiografia científica, mormente aquela sobre a matemática, sempre se caracterizou em privilegiar os aspectos técnicos e/ou anedóticos em detrimento de uma melhor contextualização sócio-econômica ou mesmo filosófica. Mais recentemente, têm aparecido artigos e livros que visam aprofundar esse estudo, não só na área da matemática mas também na história da ciência como um todo. Citamos o livro [15] que traz uma extensa bibliografia nessa direção (ver também [10,11]). Temos como meta fazer tal relação, sem deixar obviamente de lado os aspectos técnicos, na área da álgebra. Essa escolha se dá, não só por conta de minha trajetória científica, mas também por essa área mostrar uma clara divisão entre o concreto e o abstrato que pode ser explorado tanto do ponto de vista de estudo acadêmico como também, a partir de seu entendimento, na criação de estratégias educacionais voltadas aos ensinamentos fundamental e médio.

Impactos científicos e sociais: Espera-se, por um lado, produzir um texto que explicita a transição acadêmico-científica ocorrida na passagem concreto-abstrato a partir de várias leituras. Com isso, e não menos importante, pretende-se discutir como tal trajetória pode contribuir na criação de políticas públicas no ensino da matemática.

Áreas do conhecimento: História da Ciência/Matemática, Ensino de Matemática.

Metacuradorias: Acreditamos que o trabalho a ser desenvolvido se enquadra, nas duas vertentes acima descritas, nas metacuradorias: (i) Transformação; (ii) Abstração.

Plano de trabalho a ser executado pelo pesquisador e Cronograma: No primeiro semestre do projeto, pretende-se organizar a bibliografia que explorem as várias leituras sobre o desenvolvimento da álgebra para, em seguida, começarmos a escrita do livro proposto. Em paralelo a isso, iremos trabalhar com a Profa. Marcia Aguiar em um paper sobre o estudo direcionado ao ensino de álgebra. Devem ser realizadas ao menos duas viagens de consulta a bibliotecas europeias especializadas em historiografia da ciência. Cabe mencionar também que, juntamente com os Profs. Dominique Flament (Directeur de Recherche au CNRS) e Claudio Possani (Diretor do Centro de História da Ciência da USP) estaremos organizando a “Quatrième Ecole d’Histoire Conceptuelle des Mathématiques” no IME-USP em setembro de 2016, encontro esse que se enquadra nos objetivos de nossa linha de pesquisa aqui descrita.

Elaboração de trabalhos científicos (papers, livros e outros): temos em mente a elaboração de ao menos dois trabalhos: (i) livro sobre a história do pensamento algébrico (que deverá estar em estágio adiantado de escrita ao final do projeto); (ii) um paper (a ser apresentado ao IEA) em parceria com a professora Marcia Aguiar sobre o ensino de álgebra no estágios fundamental e médio a partir do estudo feito sobre a transição concreto-abstrato.

Referências bibliográficas:

A lista abaixo é apenas ilustrativa dos pontos mencionados no presente projeto e está, seguramente, muito longe de constituir a bibliografia necessária para o seu desenvolvimento.

1. AGUIAR, M., *O Percurso da Didatização do Pensamento Algébrico no Ensino Fundamental: uma análise a partir da Transposição Didática e da Teoria Antropológica do Didático*, Tese de Doutorado, Faculdade de Educação da USP, 2014.
2. BAUMGART, J. K., *Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula - Álgebra*, São Paulo, Atual, 1992.
3. BOURBAKI, N., *Elements of the History of Mathematics*, Springer-Verlag, 1984.
4. BOYER, C. B., *História da Matemática*, São Paulo, Blücher, 1974.
5. D'AMORE, B., *Epistemologia e Didática da Matemática*, Escrituras, 2005.
6. DAHAN-DALMENICO, A. & PEIFFER, J., *Une histoire des mathématiques: routes et dédales*, Paris, Seuil, 1986.
7. FAUVEI, J. & van MAANEN (orgs.), *History in Mathematics Education: an ICMI Study*, New ICMI Study Series, 2008.
8. GRATAN-GUINESS, I. (org.) *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*, Routledge Companion Encyclopedias, 1994.
9. KLEIN, J., *Mathematical Thought and the origin of Algebra*, Dover Publications, 1968.
10. KLINE, M., *Mathematics in Western Culture*, Penguin Books.
11. KLINE, M., *Mathematical thought from ancient to modern times*, Oxford University Press.
12. MACHADO, N. J., *Matemática e Língua Materna*, Cortez Editora, 1990.
13. MACHADO, N. J., *Epistemologia e Didática*, Cortez Editora, 1995.
14. PIAGET, J & GARCIA, R., *Psicogênese e História das Ciências*, Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1987.
15. ROQUE, T., *História da Matemática*, Zahar, 2012.
16. SESIANO, J., *An introduction to the History of Algebra – solving equations from Mesopotamian times to the Renaissance*, Mathematical World Volume 27, MAS, 2009.
17. Van der WARDEN, B. L., *A history of Algebra – From al-Khwarizmi to Emmy Noether*, Springer-Verlag, 1985.

Flávio Ulhoa Coelho

Outubro, 2015